6. Spieltheorie und Pragmatik

6.1 Spieltheorie

6.1.1 Überblick

In der Spieltheorie werden Entscheidungsoptionen beschrieben und bewertet, die auch abhängig von den Entscheidungen anderer Spieler sind. Da dies für viele menschliche Entscheidungen zutrifft, ist die Spieltheorie von großer Bedeutung für Forschungszweige wie die Ökonomie und die Soziologie geworden.

Meilensteine:

- John von Neumann & Oskar Morgenstern (1944), *Theory of Games and Economic Behavior*
- Spieltheorie als Theorie für ökonomische und politische Strategie (Kalter Krieg); 1994 Nobelpreise an Nash, Harsanyi und Selten
- Anwendung auf die Beschreibung tierischen Verhaltens und evolutionärer Entwicklungen: John Maynard Smith (1982), *Evolution and the Theory of Games*
- Anwendung auf Kommunikation: Lewis (1969), *Conventions*; in neuerer Zeit: Parikh, Merin, Jäger, van Rooij, Benz u.a.

Siehe Benz, A.; Jäger, G. & Van Rooy, R. (eds.) (2006), *Games and Pragmatics*, Palgrave, Oxford.

6.1.2 Beispiel: Das Gefangenendilemma

In Spielen gibt es (mindestens) zwei Spieler, die gegeneinander oder auch (in kooperativen Spielen) miteinander spielen können. Ein Spiel ist durch bestimmte Situationen definiert, auf die Spieler auf bestimmte Weise reagieren können, wobei Spieler bestimmte Präferenzen haben. Die Spieler berücksichtigen bei ihren Spielzügen, wie sich der andere Spieler verhalten könnte.

Die Spieltheorie ist stark formalisiert, der Begriff des Spiels kann sehr abstrakt gefasst werden. Hier sollen einige Überlegungen der Spieltheorie an konkreten Beispielen illustriert werden.

Ein bekanntes Beispiel: Das Gefangenendilemma.

(1) Die Polizei verhaftet zwei Personen A, B, die unter dem dringenden Verdacht stehen, ein Verbrechen begangen zu haben. Die Polizei kann aber nichts direkt nachweisen. A und B werden in verschiedene Zellen in Untersuchungshaft gebracht, und es wird ihnen jeweils folgendes versprochen: Wenn du aussagst, dein Kumpane aber nicht, kommst du frei und er kriegt 10 Jahre. Wenn ihr beide aussagt, bekommt ihr jeweils 8 Jahre. Auch wenn keiner aussagt, bekommt ihr 2 Jahre wegen Steuerhinterziehung. Die Polizei macht deutlich, dass dieses Angebot sowohl A als auch B gemacht wird, sie können aber nicht kommunizieren.

Die möglichen Spielzüge und die damit verbundene Belohnung bzw. in diesem Fall Bestrafung werden in der folgenden Payoff-Matrix dargestellt:

(2)

		B	
		stillhalten	verpfeifen
A	stillhalten	(–2; –2)	(–10, 0)
	verpfeifen	(0; –10)	(–8, –8)

Für A und B gibt es jeweils die Optionen stillhalten oder verpfeifen. Die jeweilige Bestrafung wird in Klammern angegeben. Wenn z.B. A stillhält, aber B den A verpfeift, dann bekommt A 10 Jahre aufgebrummt, und B kommt frei (rechte obere Ecke; die Schreibweise (x; y) gibt die Jahre an, die A bzw. B im Gefängnis verbringen müssen).

Welche Strategie ist angebracht? A sagt sich: Wenn B stillhält, dann ist es besser, ich verpfeife ihn, denn dann komme ich frei. Wenn B mich verpfeift, dann ist es ebenfalls besser, ich verpfeife ihn, denn dann bekomme ich nur 8 Jahre statt 10. Also ist es immer besser, ich verpfeife B. Das gleiche gilt für B. Also wählen beide die Strategie Verpfeifen und bekommen jeweils 8 Jahre (–8; –8), obwohl beide insgesamt natürlich die Lösung (–2; –2) vorziehen würden.

Wir sagen: Die Handlung Verpfeifen dominiert strikt die Handlung Stillhalten, d.h. bei jeder Handlung des anderen Spielers bringt die Handlung Verpfeifen den größeren Nutzen.

Dies ist die klassische Lösung des Gefangenendilemmas (von Neumann & Morgenstern, sog. minimax-Strategie), die zeigt, dass egoistische lokale Minimierung des Verlusts bzw. Maximierung des Gewinns nicht zu einer optimalen Lösung führen muss. Diese Beobachtung ist von eminenter Bedeutung für die Beschreibung menschlichen (Fehl-) Verhaltens. Es beschreibt aber auch z.B. die Konkurrenz zwischen Firmen: Eigentlich wollen alle Firmen hohe Preise für ihre Güter, aber wenn eine Firma ihre Preise senkt, verdient sie mehr und erziehlt höheren Gewinn. Durch Preisabsprachen können Firmen ihre Preise geschlossen hoch halten und am meisten profitieren.

Wird das Spiel wiederholt gespielt, dann kann es zu einer Präferenz von Stillhalten/ Stillhalten als der Strategie kommen, die insgesamt optimal ist (Herausbildung von gegenseitigem Vertrauten; vgl. Axelrod, *tit for tat*-Strategie). Gleiches gilt bei Bevorzugung einer altruistischen Einstellung, bei der man dem anderen möglichst wenig schaden will, was dann in einem Nutzen für alle resultiert. Überlegungen dieser Art wurden herangezogen, um altruistisches Verhalten bei Menschen und Tieren zu motivieren.

6.1.3 Beispiel: Kampf der Geschlechter; das Nash-Gleichgewicht

Ein zweites berühmtes Beispiel: *The battle of the sexes*

(3) Hans und Maria, ein Paar, will gerne zusammen ausgehen. Er geht aber lieber zu einer Boxveranstaltung, sie lieber in ein Konzert.

Nehmen wir an, ihre Präferenzen sind in der folgenden Payoff-Matrix gegeben:

(4)

		Maria	
		Boxen	Konzert
Hans	Boxen	(4; 2)	(1; 1)
	Konzert	(0; 0)	(2; 4)

Wir können folgende Fälle unterscheiden:

- Hans geht zum Boxen. Dann ist es besser für Maria, auch zum Boxen zu gehen (2 vs. 1)
- Hans geht zum Konzert. Dann ist es besser für Maria, auch zum K. zu gehen (4 vs. 0)
- Maria geht zum Konzert. Dann ist es besser für Hans, auch zum K. zu gehen (2 vs. 1)
- Maria geht zum Boxen. Dann ist es besser für Hans, auch zum Boxen zu gehen (4 vs. 0).

Den Lösungen Boxen/Boxen und Konzert/Konzert kommt also eine besondere Bedeutung zu: Es handelt sich um Kombinationen von Strategien (sog. "Strategie-Profilen"), von denen jeweils nicht abgewichen werden sollte, wenn der Partner die angegebene Strategie verfolgt.

Man nennt solche Strategien Nash-Gleichgewichte (nach John Nash). Auch hierfür gibt es viele Beispiele, z.B. in Koordinationsspielen (Fahren auf der rechten Seite / der linken Seite der Straße; hier ist eine Abwechslung der Strategie natürlich nicht sinnvoll, weil beide Lösungen für beide Partner denselben Payoff haben)

Das einzige Nash-Gleichgewicht im Falle des Gefangenendilemmas ist die Strategie (verpfeifen, verpfeifen): Dies ist die einzige Konfiguration k, sodass gilt: Wenn ein Spieler k wählt, dann lohnt es sich nicht für den anderen Spieler, von k abzuweichen. D.h. Nash-Gleichgewichte sind nicht immer optimale Strategien, nach welchen der Gesamt-Payoff maximiert wird!

Regel zur Bestimmung von Nash-Gleichgewichten: Finde in einer Payoff-Matrix die Zellen, in denen die erste Zahl das Maximum der Spalte und die zweite Zahl das Maximum der Reihe der Zelle ist. Beispiel:

(5)

(0; 0)	**(5; 4)**	(2; 3)
(4; 3)	(1; 1)	(1; 1)
(3; 1)	(4; 1)	**(3; 2)**

Die beiden Nash-Gleichgewichte für *Battle of the sexes* scheinen eher optimal zu sein, sie haben aber das folgende Problem: Wenn wir das Spiel wiederholt spielen und immer das Nash-Gleichgewicht (Boxen, Boxen) wählen, profitiert Hans doppelt so viel wie Maria. Bei wiederholten Spielen ist es eine gerechtere Strategie, in 50% der Fälle die Lösung (Boxen, Boxen), und in 50% der Fälle die Lösung (Konzert, Konzert) zu wählen. Der Gesamt-Payoff erhöht sich dadurch zwar nicht, er wird aber besser verteilt.

6.1.4 Gemischte Nash-Gleichgewichte

Der Begriff des gemischten Nash-Gleichgewichts

Nehmen wir an, ein Spiel wird immer wieder gespielt. Dann entstehen neue Möglichkeiten dadurch, dass Spieler die möglichen Spielzüge nach bestimmten Häufigkeiten spielen; z.B. können Hans und Maria die Strategie haben, jeweils in 50% der Fälle zum Boxen und in 50% der Fälle ins Konzert zu gehen (wobei sie sich natürlich nicht darüber verständigen können). Auch hier sind manche Strategien besser, andere schlechter, und es stellt sich die Frage: Gibt es Strategie-Kombinationen, die so beschaffen sind, dass es sich für beide Spieler nicht lohnt, davon abzuweichen. Eine solche Kombination heißt "gemischtes Nash-Gleichgewicht" (mixed Nash equilibrium). Spieler spielen mehrmals; die Strategie besteht in der Häufigkeit, in der bestimmte Spielzüge anzuwenden sind. Es besteht ein gemischtes Nash-Gleichgewicht, wenn es für keinen Spieler einen Grund gibt, von einer Strategie abzuweichen, wenn der andere Spieler die Strategie weiter beibehält. (Wir nehmen dabei weiter an, dass die Spieler nicht miteinander kommunizieren können.) Nash hat gezeigt, dass es mindestens ein gemischtes Nash-Equilibrium gibt, wenn die Spieler zwischen endlich vielen Strategien wählen können.

Beispiel: Battle of the Sexes, 50%/50%

Wir geben mit h die Wahrscheinlichkeit an, mit der Hans zum Boxen geht, und mit m die Wahrscheinlichkeit, mit der Maria zum Konzert geht, und wir betrachten Kombinationen (h, m), die zu Wahrscheinlichkeiten der folgenden Art führen:

(6) Wahrscheinlichkeitsmatrix

		Maria	
		Boxen	Konzert
Hans	Boxen	h(1–m)	hm
	Konzert	(1–h)(1–m)	(1–h)m

Wenn wir diese Matrix mit der Payoff-Matrix (4) kombinieren, erhalten wir die Werte:

(7)

		Maria	
		Boxen	Konzert
Hans	Boxen	(4h(1–m); 2h(1-m))	(1hm; 1hm)
	Konzert	(0(1–h)(1–m), 0(1–h)(1–m))	(2(1–h)m; 4(1–h)m)

Nehmen wir an, Hans und Maria verfolgen die Strategie, jeweils in 50% der Fälle zum Boxen und in 50% der Fälle zum Konzert zu gehen (h=0.5, m=0.5). Dies resultiert für Hans (und auch für Maria) in einem Payoff von

$$\begin{aligned} & 4 \times 0.5 \times 0.5 + 1 \times 0.5 \times 0.5 + 0 \times 0.5 \times 0.5 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \\ &= 4 \times 0.25 + 1 \times 0.25 + 2 \times 0.25 \\ &= 1.75 \end{aligned}$$

Ist dieses Strategie-Profil ein Nash-Gleichgewicht? Nein, denn wenn jetzt Hans einseitig abweicht und beginnt, in 60% der Fälle zum Boxen zu gehen, dann kann er seinen durchschnittlichen Payoff auf 1.9 steigern (wobei der für Maria entsprechend auf 1.6 absinkt).

$$\begin{aligned} & 4 \times 0.6 \times 0.5 + 1 \times 0.6 \times 0.5 + 0 \times 0.4 \times 0.5 + 2 \times 0.4 \times 0.5 \\ &= 4 \times 0.3 + 1 \times 0.3 + 2 \times 0.2 \\ &= 1.9 \end{aligned}$$

Wenn Maria bei m=0.5 bleibt und Haus seine Strategie auf h=1 ändert, also immer zum Boxen geht, kann er seinen durchschnittlichen Payoff bis auf 2.5 steigern, wobei der Payoff für Maria auf 1 fällt.

Battle of the Sexes, 80%/80%

Es stellt sich heraus, dass das gemischte Nash-Gleichgewicht in *Battle of the Sexes* dasjenige Strategie-Profil ist, in dem jeder Spieler zu 60% der Lieblingsbeschäftigung nachgeht (also h = 0.8, m = 0.8). Wir erhalten dann das folgende durchschnittliche Payoff für Hans (und auch für Maria):

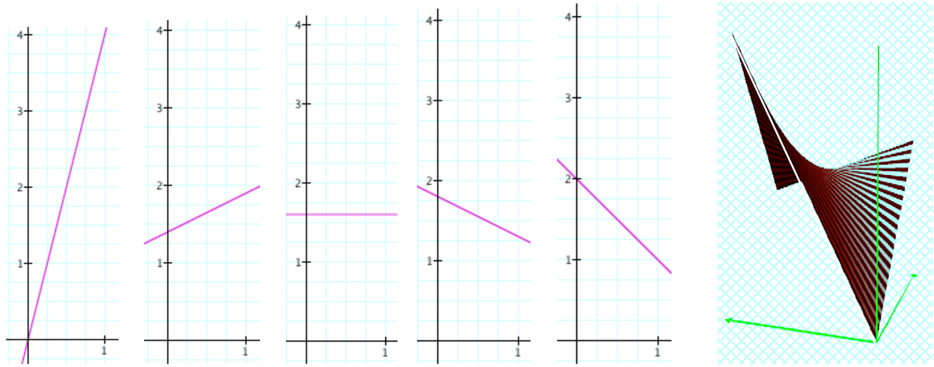
$$4 \times 0.8 \times 0.2 + 1 \times 0.8 \times 0.8 + 0 \times 0.2 \times 0.2 + 2 \times 0.2 \times 0.8$$
$$= 4 \times 0.16 + 1 \times 0.64 + 2 \times 0.16$$
$$= 1.6$$

Bei diesem Strategieprofil lohnt es sich nicht, einseitig davon abzuweichen. Wenn Hans etwa jetzt in 90% der Fälle zum Boxen geht, verändert das seinen Payoff nicht:

$$4 \times 0.9 \times 0.2 + 1 \times 0.9 \times 0.8 + 0 \times 0.1 \times 0.2 + 2 \times 0.1 \times 0.8$$
$$= 4 \times 0.18 + 1 \times 0.72 + 2 \times 0.08$$
$$= 1.6$$

Die folgenden Graphen zeigen den Payoff (y-Achse) für verschiedene Werte von h (x-Achse) für verschiedene Werte von m und eine dreidimensionale Darstellung.

(8) m = 0 m = 0.7 m = 0.8 m = 0.9 m = 1.0



Wenn m=0.8, dann lohnt sich eine einseitige Änderung für h nicht. Für geringere Werte von m sind höhere Werte von h besser, am besten h = 1. Für höhere Werte von m sind geringere Werte von h besser, am besten der Wert h = 0. Wir haben ja bereits gesehen: Wenn Maria immer zum Konzert geht (m = 1), ist es für Hans ratsam, auch immer ins Konzert zu gehen (h = 0), und wenn Maria immer zum Boxen geht (m = 0), dann sollte Hans auch immer zum Boxen gehen (h = 1). Diese zwei Strategie-Profile sind damit ebenfalls gemischte Nash-Gleichgewichte, da es sich ebenfalls nicht lohnt, von ihnen abzuweichen. Der Payoff ist bei ihnen sogar größer (4 für den einen, 2 für den anderen Spieler).

6.2 Evolutionäre Spieltheorie

Die evolutionäre Spieltheorie betrachtet die Entwicklung von Strategien. Grundideen (vgl. Evolution durch Reproduktio, Variation und Selektion in der Biologie):

- Spielstrategien variieren und replizieren
- Spielstrategien mit höherer Utilität (im Vergleich zu anderen Spielstrategien) haben eine größere Chance, repliziert zu werden.

Strategien, die von anderen Strategien dominiert werden, haben dabei eine geringere Reproduktionswahrscheinlichkeit und sterben aus. Die Strategien, die übrigbleiben, heißen "evolutionär stabil".

Es wird allerdings nicht notwendig die absolut beste Strategie dadurch identifiziert. Es gibt sog. lokal stabile Strategien, die gegen minimale Variationen resistent sind.

Evolutionär stabile Strategien sind mit Nash-Gleichgewichten verwandt, die Begriffe sind aber nicht völlig identisch. Zum Beispiel ist die Strategie (h = 0.8, m = 0.8) in *Battle of the Sexes* nicht evolutionär stabil: Wenn z.B. Hans seine Strategie in Richtung h = 0 bewegt, dann lohnt es sich für Maria, ihre Strategie in Richtung m = 1 zu bewegen. Das Gleichgewicht (h = 0, m = 1) ist hingegen evolutionär stabil.

Beispiel: Stein, Schere, Papier-Spiel (Payoff-Matrix aus der Sicht des Spalten-Spielers):

(9)

	Rock	Scissors	Paper
Rock	0	1	–1
Scissors	–1	0	1
Paper	1	–1	0

Gemischtes Nash-Gleichgewicht: 1/3, 1/3, 1/3; es gibt kein evolutionäres Gleichgewicht.

Bedingung für evolutionär stabile Gleichgewichte:

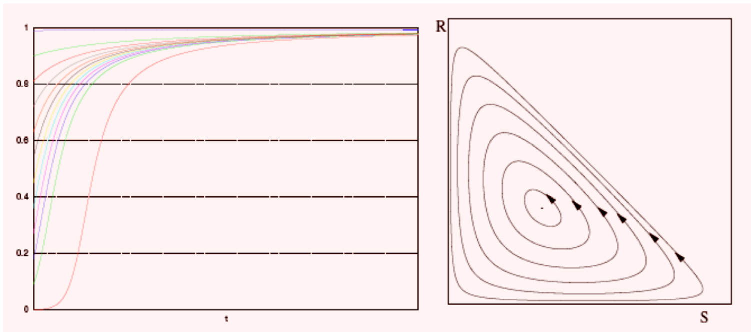
- Verteidigung gegen konkurrierende Strategien;
- Verdrängung von konkurrierenden Strategien.

Beispiel: Gemeinsame Flüge von Tauben, die den Weg kennen (A) und die den Weg nicht kennen (B). Die Strategie (A, A) ist kein Nash-Gleichgewicht, aber evolutionär stabil; Selektion gegen B. Allerdings kann sich eine kleine B-Population lange behaupten, bevor sie ausstirbt (kleine Wahrscheinlichkeit, dass B+B zusammen auf die Reise geht). Die A-Variante kann nicht durch die B-Variante verdrängt werden, die A-Variante kann aber die B-Variante verdrängen.

(10)

	A	B
A	1	1
B	1	0

Darstellungsmöglichkeiten von Simulationsexperimenten:



Entwicklung der A-Population zu einer evolutionär stabilen Strategie

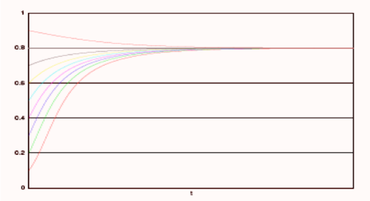
Entwicklung von Rock/Scissor-Strategien Fehlen einer evolutonär stabilen Strategie

Beispiel: Habichte und Tauben, d.h. aggressives Verhalten vs. nachgiebiges Verhalten.

(11)

	H	T	
			treffen zwei H aufeinander: Kampf, Verletzung
H	(1; 1)	(7; 2)	trifft H auf T: H gewinnt ohne Kampf
T	(2; 7)	(3; 3)	treffen zwei T aufeinander: Teilen ohne Kampf

Beachte: Die beste Antwort auf H-Verhalten ist T-Verhalten. Evolutionäres Gleichgewicht, bei gegebener Matrix: 80% H, 20% T



6.3 Kommunikationsspiele

Solche Spiele wurden als *Signalling Games* in Lewis (1969), *Conventions*, eingeführt.

6.3.1 M-Implikaturen

Wir nehmen die folgende einfache Situation an:

- Es gibt zwei Bedeutungen m1, m2, wobei m1 häufiger auszudrücken ist als m2 (wir nehmen an: p(m1) = 0.75, p(m2) = 0.25
- Es gibt zwei linguistische Formen f1, f2, wobei f1 einfacher ist als f2 (wir nehmen an: c(f1) = 0.1, c(f2) = 0.2)

Die Strategien des Sprechers bestehen darin, Bedeutungen durch Formen auszudrücken; die Strategie des Hörers besteht darin, Formen durch Bedeutungen zu interpretieren.

Mögliche Sprecherstrategien und Hörerstrategien:

(12)	Sprecher	Hörer
	S_1: m1→f1, m2→f2	H_1: f1→m1, f2→m2
	S_2: m1→f2, m2→f1	H_2: f1→m2, f2→m1
	S_3: m1→f1, m2→f1	H_3: f1→m1, f2→m1
	S_4: m1→f2, m2→f2	H_4: f1→m2, f2→m2

Maß der Effizienz dieser Strategien:

- Kommunikativer Erfolg (Hörer-Ökonomie): Bewertung der Form m unter einer Strategie, δ_m: δ_m(S, H) = 1 gdw. H(S(m)) = m, d.h. Hörer interpretiert Form wie Sprecher; sonst = 0.
- Geringster Aufwand (Sprecher-Ökonomie): Sprecher verwendet die einfachste Form.

Bei der Bewertung einer Strategie müssen alle jeweils verwendeten Formen interpretiert werden. Wir können die Utilität einer Paarung von Sprecher/Hörerstrategie aus der Sicht des Sprechers und aus der Sicht des Hörers dann wie folgt angeben:

(13) a. u_S(S, H) = Summe für alle m: p(m) × (δ_m(S, H) – c(S(m))

b. u_H(S, H) = Summe für alle m: p(m) × δ_m(S, H)

Beispiel: $u_s(S_1, H_1) = 0.75 \times (1–0.1) + 0.25 \times (1-0.2) = 0{,}675 + 0{,}2 = 0{,}875$

Wir erhalten damit die folgende Payoff-Matrix für die Kombination von Sprecherstrategie und Hörerstrategie (für den Sprecher jeweils geringer wegen der zusätzlichen Kosten).

(14)

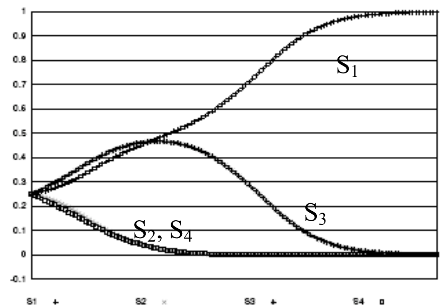
	H_1	H_2	H_3	H_4
S_1	$\boxed{(0.875; 1)}$	(–0.125; 0)	(0.625; 0.75)	(0.125; 0.25)
S_2	(–0.175; 0)	$\boxed{(0.825; 1)}$	(0.575; 0.75)	(0.25; 0.075)
S_3	(0.65; 0.75)	(0.15; 0.25)	(0.65; 0.75)	(0.15; 0.25)
S_4	(0.05; 0.25)	(0.55; 0.75)	(0.55, 0.75)	(0.05; 0.25)

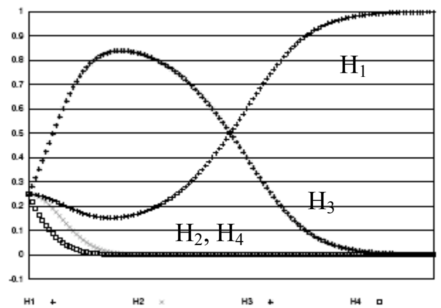
Die Felder mit dem größten Payoff sind eingerahmt. Dazu gehören die direkte Strategie S_1; H_1 (die auch Horn-Strategie genannt wird) und die Strategie S_2;H_2 (die sog. Anti-Horn-Strategie). Diese zwei Strategien sind evolutionär stabil, d.h. wenn sie sich etabliert haben, gibt es keinen Grund für S oder H, davon unilateral abzuweichen. Die Strategie S_2, H_2 ein lokales Maximum, obwohl die Strategie S_1, H_1 insgesamt besser ist.

Aber: Es gibt eine wesentlich höhere Chance, dass sich ein evolutionäres System auf die Strategie S_1, H_1 hin entwickelt. Dies kann in Simulationen gezeigt werden.

Es wird erklärt, weshalb ambige Markierungstrategien und synonyme Ausdrücke disfavorisiert sind.

Simulationsexperiment, bei der alle Strategien mit 25% Wahrscheinlichkeit starten:





Die Hörerstrategie H_3 ist zunächst dominant, d.h. der Hörer rät immer die häufigere Bedeutung. Dann setzt sich aber H_1 durch, aber erst nachdem der Sprecher zwischen den Bedeutungen unterscheidet (hier: S_1). Insgesamt setzt sich die (S_1, H_1)-Strategie durch; die S_2, H_2-Strategie gewinnt nur in 0,05% der Fälle.

6.3.2 Entwicklung von differentieller Kasusmarkierung

G. Jäger: Herleitung von Kasusmarkierungssystemen aus Sprecher- und Hörer-Strategien, hier aufgrund der folgenden beobachteten Regularität aus einem englischen Korpus: